TALLER No. 1

Tema: **Razón entre dos magnitudes** FECHA________________

En un patio podemos medir entre otras propiedades su longitud o su área, en un pedazo de hierro su peso o su dureza, en un caballo el largo de su cola o su velocidad promedio en una carrera, a un niño podemos medirle la altura y el tiempo que tarda en comerse un helado, pero no podemos medirle el amor que siente por su perro, … etc, etc. Todos los objetos y sujetos tienen muchas propiedades de las cuales algunas se pueden medir y otras no.

Llamamos **magnitud** a una propiedad que se puede medir. Por ejemplo: *la longitud* de una tela, *el peso* de un pedazo de carne, *la edad* de un niño, son magnitudes; en cambio *la alegría* de una persona NO es una magnitud, porque no hay forma de medirla con números y unidades.

La medida de una magnitud siempre es un número seguido del nombre de la unidad en que se midió. Por ejemplo: *la longitud* del patio es de *5 metros*.

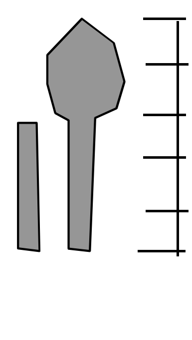
1. Llena el siguiente cuadro:

magnitud	Unidad para medirla	Medida
Edad de un amigo	mes	110 meses
Largo de mi pupitre	centímetro	
Duración de un noticiero	minuto	
Mi peso	Kilo	
Precio de un cono helado	peso	

RAZÓN ENTRE DOS MAGNITUDES

La **razón entre dos magnitudes** es el cociente de la división entre las dos medidas.
Este cociente se puede expresar como una fracción lo más simplificada que se pueda por ejemplo: 3/5; o como el número entero o decimal que resulte al hacer la división por ejemplo 0,6; o escribiendo los dos números en orden con dos puntos entre ellos por ejemplo: 3:5

Te doy un ejemplo: Si un palo mide 3 metros y un árbol mide 5 metros, entonces la **razón** entre la **longitud del palo** y la **longitud del árbol** es **3:5** ó **3/5** ó **0,6**



En una razón es necesario saber el orden en que se toman las dos magnitudes. Generalmente se dice:

(primera magnitud) ***es a*** *(segunda magnitud)*
como *(primer número de la razón)* ***es a*** *(segundo número de la razón)*
En el ejmplo anterior se dice:

longitud del palo **es a** longitud del árbol **como** 3 ***es a*** 5.

En este caso, la razón 3/5 = 06 es **menor que 1**:

- Si la razón es **menor que 1**, indica que la primera magnitud (longitud del palo) **es menor** que la segunda (longitud del árbol)

Si invertimos el orden, queda que la longitud del árbol es a la longitud del palo como 5 es a 3. La razón se convierte en 5/3 = 1,66 que es **mayor que 1**

- Si la razón es **mayor que 1**, indica que la primera magnitud es mayor que la segunda.

Si los dos midieran cada uno 5 metros, la razón sería 5/5=1 y no importaría el orden.

- Si la razón es **igual a 1**, indica que las magnitudes son iguales y no importa el orden.

2.Mide con alguna unidad inventada por ti, por ejemplo un palito o un pedazo de cuerda las siguientes longitudes.

anchura de la ventana = ____________; anchura de la puerta = ______________

altura de la ventana = ______________; altura de la puerta = ______________

3. Escribe en cada caso la razón entre las dos magnitudes, en el orden que se indica:

anchura y altura de la ventana: _________; anchura y altura de la puerta:__________

anchura de la ventana y altura de la puerta ; ________________

altura de la puerta y altura de la ventana: __________________

altura de la ventana y anchura de la puerta: _________________

4. Encuentra la razón entre:

a) La edad de tu papá u otro adulto y la edad tuya. _________________________

b) El ancho y el largo de tu salón:________________________________

c) La duración del recreo y la de una clase de Matemáticas ___________________

d) El precio de un cono de helado y el precio de un paquete de papas fritas __________

e) El peso de un paquete de tu golosina preferida y el peso de una libra de chocolate

____

f) La distancia de tu casa a tu colegio y la distancia de tu casa al mercado

____

TALLER No. 2

Tema: **Proporciones** FECHA________________

Si dos razones son iguales, forman una **"PROPORCIÓN"**:

Lee con atención el siguiente ejemplo y completa las razones:

María tiene 14 años y su mamá Teresa tiene 28: la razón de las edades es—— = ———

Julia tiene 17 años y su mamá Alicia tiene 34: la razón de las edades es —— = ———

Entonces, como las dos razones son iguales se forma la proporción: $\boxed{\mathbf{\frac{14}{28} = \frac{17}{34}}}$

También se puede escribir así: $\boxed{\mathbf{14 : 28 : : 17 : 34}}$

Si pones las iniciales de los nombres para indicar las edades correspondientes, la proporción se puede escribir así:

$\mathbf{\frac{M}{T} = \frac{J}{A}}$ ó también así: **M : T : : J : A**

<u>Números que entran en una proporción</u>

En toda proporción entran dos razones y como en cada razón entran dos números, entonces, en toda proporción entran 4 números. A veces algunos de esos números son iguales entre sí.

Veamos a fondo la proporción del ejemplo anterior: $\boxed{\frac{14}{28} = \frac{17}{34}}$

Los números reciben nombres diferentes según el lugar en donde se encuentren:

Los primeros de las dos razones (el 14 y el 17) se llaman **"antecedentes**"

Los segundos de las dos razones (el 28 y el 34) se llaman "**consecuentes"**

El primero y el último de la proporción (14 y 34) se llaman **"extremos"**

El segundo y el tercero de la proporción (28 y 17) se llaman **"medios"**

¿Cómo se reconoce una proporción?

Cuando cuatro números aparecen escritos como una proporción es necesario comprobar si esa proporción es verdadera. Esto lo hacemos muy fácilmente si recordamos la PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES que dice:

En toda proporción se cumple siempre que:
"el producto de los extremos es igual al producto de los medios"

Por tanto, basta multiplicar entre sí los extremos y entre sí los medios. Si los dos productos son iguales, entonces la proporción es verdadera.

Comprobemos el caso del ejemplo:

los extremos son 14 y 34 14x34 = 476
los medios son 28 y 17 28x17 = 476

Los dos productos son iguales, entonces la proporción es verdadera.

En los siguientes casos haz los dos productos y escribe V si la proporción se cumple o F si no se cumple:

1. 3:12 : : 7:28 ______	2. 5:4 : : 12:15 ______
3. $\frac{49}{12} = \frac{65}{18}$ ______	4. $\frac{100}{26} = \frac{135}{36}$ ______
5. $\frac{34}{11} = \frac{68}{22}$ ______	6. 31: 90 : : 3 : 31 ______
7. 1: 2 : . 2 : 4 ______	8. $\frac{9}{6} = \frac{6}{4}$ ______

TALLER No. 3

Tema: **Cuarta Proporcional** FECHA________________

En una proporción **a:b::c:d** se dice que **d es "cuarta proporcional" de a,b,c**

Si tienes tres números, puedes encontrar otro número que sea cuarta proporcional.

El número que encuentres depende del orden en que se pongas los números conocidos dentro de la proporción.

Para hallar la cuarta proporcional se aplica la propiedad del producto en cruz.

Por ejemplo: Encontrar un número que sea cuarta proporcional de 4,6,y 8.

Llamemos **x** al número que buscamos.

- Escribimos la proporción: $\frac{4}{6} = \frac{8}{x}$

Aplicando la propiedad fundamental, 4· **x** = 6·8, entonces: 4x = 48.

x es un número que multiplicado por 4 dé 48. Entonces, x = 48/4 , o sea: **x = 12**

la proporción queda: $\boxed{\mathbf{4 : 6 : : 8 : 12}}$

- Si cambiamos el orden de los números en la proporción así:

$\frac{8}{4} = \frac{6}{x}$; nos lleva a que: 8x = 24, entonces x = 24/8, **x=3.**

la proporción queda: $\boxed{\mathbf{8 : 4 : : 6 : 3}}$

Luego el número 3 también es "cuarta proporcional" de 4,6,8.

- Encuentras otro número si escribes la proporción: $\frac{6}{8} = \frac{4}{x}$, entonces x = ______
  (encuéntralo)

la proporción queda :
(escríbela)

1. Encuentra por lo menos dos números diferentes que sean cuarta proporcional de los tres números dados y escribe las proporciones:

a) 2, 15, 6;

____

b) 5, 7, 25;

____

c) 3,1,2

____

2. Completa las siguientes proporciones:

5:8 :: 10:____ ; 3:7 :: 18:____ ; 5:9 :: 25:____ ; 1:4 :: 4:____ ; 2:5 :: 10:____

3. Entre los siguientes números escoge cuatro con los que puedas formar una proporción, escríbela y compruébala: 1, 4, 6, 7, 8, 12, 14

____

si encuentras otra, escríbela : ______________________________

Los siguientes problemas se resuelven con una proporción. Lee, piensa, escribe la proporción y encuentra el número que falta. Comprueba. Usa el reverso de la hoja para resolverlos. No borres nada. Escribe por este lado la proporción final y la respuesta:

4. Un señor vendió 348 metros de tela por $7.500. Por cuánto venderá 87 metros de la misma tela para que resulte en proporción con la primera venta.

____

5. Una puerta tiene 1 metro de anchura y 2 metros de altura. Tú la quieres pintar y trazas el ancho de 3 centímetros, de cuánto tienes que pintar la altura para que quede en proporción? Haz el dibujo por el reverso de la hoja.

____

TALLER No. 4

Tema: **Media Proporcional** FECHA________________

Cuando los dos medios de una proporción son iguales, se dice que ese número que está en los dos medios es **“media proporcional”** entre los otros dos.

Por ejemplo, en la proporción: $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ el número 6 está en ambos “medios” y es por lo tanto media proporcional entre 4 y 9.

Se cumple que $4 \cdot 9 = 6 \cdot 6$, esto es $\underline{4 \cdot 9 = 36}$ que es el cuadrado de 6.

El cuadrado de un número resulta de multiplicar ese número por sí mismo. Los cuadrados de los primeros 10 números naturales son: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100. La raíz cuadrada de un número que tenemos es el número que se multiplicó por sí mismo para obtener el que tenemos. Así nos resulta que:

La raíz cuadrada de 25 es 5; la raíz cuadrada de 64 es 8; la raíz cuadrada de 1 es 1. … etc. (Más adelante practicaremos esto de la raíz cuadrada)

Para hallar la media proporcional entre dos números se plantea la proporción, se aplica la propiedad del producto en cruz, y después se busca el número sacando la raíz cuadrada del producto de los dos números que nos dan.

Por ejemplo:

Hallar la media proporcional entre 25 y 4:

Planteamos la proporción: $\frac{4}{x} = \frac{x}{25}$,

de aquí tenemos la igualdad $4 \cdot 25 = x^2$: el cuadrado de x

o sea: $100 = x^2$ en este caso, x es la raíz cuadrada de 100 que es 10.

Por tanto 10 es media proporcional entre 4 y 25.

La proporción queda entonces: $\boxed{\frac{4}{10} = \frac{10}{25}}$ comprobamos: $4 \cdot 25 = 10 \cdot 10$

1. Hallar la media proporcional entre 1 y 9 , escribir y comprobar la proporción.

2. Completar:

a) 5 es media proporcional entre 1 y _____

b) 12 es cuarta proporcional de 1,2, y _____

c) 8 es media proprcional entre 4 y ______

3. Hallar la media proporcional entre los dos números y escribir y comprobar la proporción en cada caso:

a) 1,9 ____________________

b) 16,4; ____________________

c) 3, 27; ____________________

d) 5,20; ____________________

e) 100,4; ____________________

Resuelve estos nuevos problemas de proporciones. Recuerda que debes:
Leer hasta comprender, pensar, plantear la proporción, resolverla y comprobarla:

Haz las operaciones por el reverso. No las borres. Escribe la respuesta por este lado.

4. Un señor decide dejar en herencia a sus dos hijos un poco de dinero con la condición de que se cumpla la proporción siguiente:

plata para el mayor es a plata para el menor como 3 es a 5

Si el mayor recibió $1’200.000, ¿Cuánto recibió el menor? ________________

5. Al calcular la razón del número de libros de Don Juan al número de libros de Don Antonio se encontró que es 7/12. Si don Juan tiene 840 libros, ¿Cuántos libros tiene Don Antonio?

____

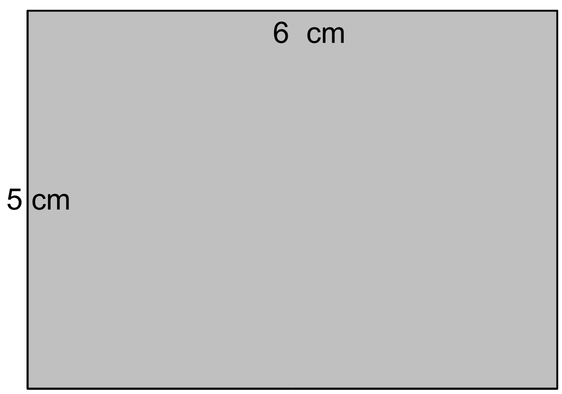
TALLER No. 5

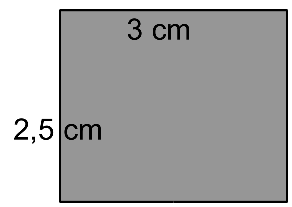
Tema: **Rectángulos Semejantes** FECHA________________

Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma aunque sean de tamaños diferentes.

Si con las medidas del ancho y el largo de dos rectángulos se forma una proporción, entonces los rectángulos son **semejantes.**

Por ejemplo: Si dibujo un rectángulo de 6 centímetros de largo y 5 centímetros de ancho, y al lado otro más pequeño que tiene 3 cm de largo y 2,5 centímetros de largo, voy a comprobar que estos dos rectángulos son semejantes.





Largo del grande:	6 cm
Ancho del grande:	5 cm
Largo del pequeño:	3 cm
Ancho del pequeño:	2,5 cm

Escribo la proporción: $\dfrac{\textit{largo del grande}}{\textit{ancho del grande}} = \dfrac{\textit{largo del pequeño}}{\textit{ancho del pequeño}}$

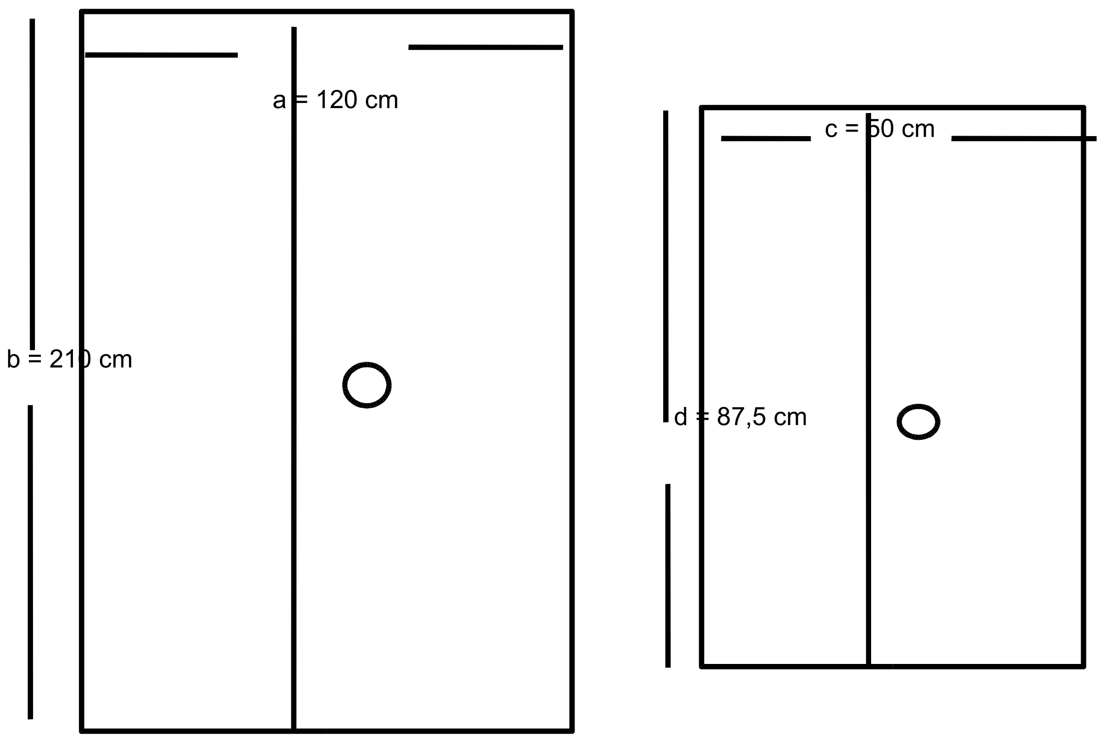
En números: $\dfrac{6}{5} = \dfrac{3}{2,5}$ multiplico los medios y los extremos:

$6 \times 2,5 = 5 \times 3 = 15$ los productos resultan iguales

Entonces sí hay proporción y los dos rectángulos son <u>Semejantes</u>.

Cuando dos figuras son semejantes, decimos que están <u>"a escala"</u> . En este caso la escala es 2 a 1 porque por cada 2 centímetros de longitud en el rectángulo grande hay 1 centímetro en el rectángulo pequeño.
*Si la proporción no se cumple, entonces los rectángulos no son semejantes y tampoco se puede decir que estén **a escala**.*

Veamos otro ejemplo: A continuación van los dibujos de dos puertas, en los cuales se indican las medidas de largo y ancho esas puertas.



Comprobemos si las dos puertas del dibujo son rectángulos semejantes: Encontremos las razones entre sus medidas:

$$\frac{a}{b} = \frac{120}{210} = 0{,}5714$$

$$\frac{c}{d} = \frac{50}{87{,}5} = 0{,}5714 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 0{,}5714$$

El número 0,5714 es la razón entre las dimensiones de cada una de las dos puertas. Como son iguales, hay proporción y por tanto las puertas SÍ son semejantes.

La escala es la razón entre el largo de una y el largo de la otra, o entre el ancho de la primera y el ancho de la segunda.
Estas dos razones deben salir iguales: 120 / 50 o 210 / 87,5; resulta igual a **2,4**

Ejercicio: Dibuja en papel cuadriculado los 6 rectángulos cuyas medidas de largo y ancho son las indicadas a continuación (en cm) e indica los que te parecen semejantes entre sí. Comprueba si tuviste buen ojo e indica la escala en cada caso.

A. 15 y 7; B. 8 y 11; C. 7 y 4; D. 2 y 2,75; E. 17,5 y 10; F. 15 y 22

TALLER No. 6

Tema: **Proporciones en la Historia** FECHA________________

1. Thales de Mileto. ¿Has oído hablar de él? más vale que sí porque fue uno de los Siete Sabios de la Antigua Grecia. Averigua todo lo que puedas sobre él, y expresa a continuación lo que te parezca más chévere e importante:

____

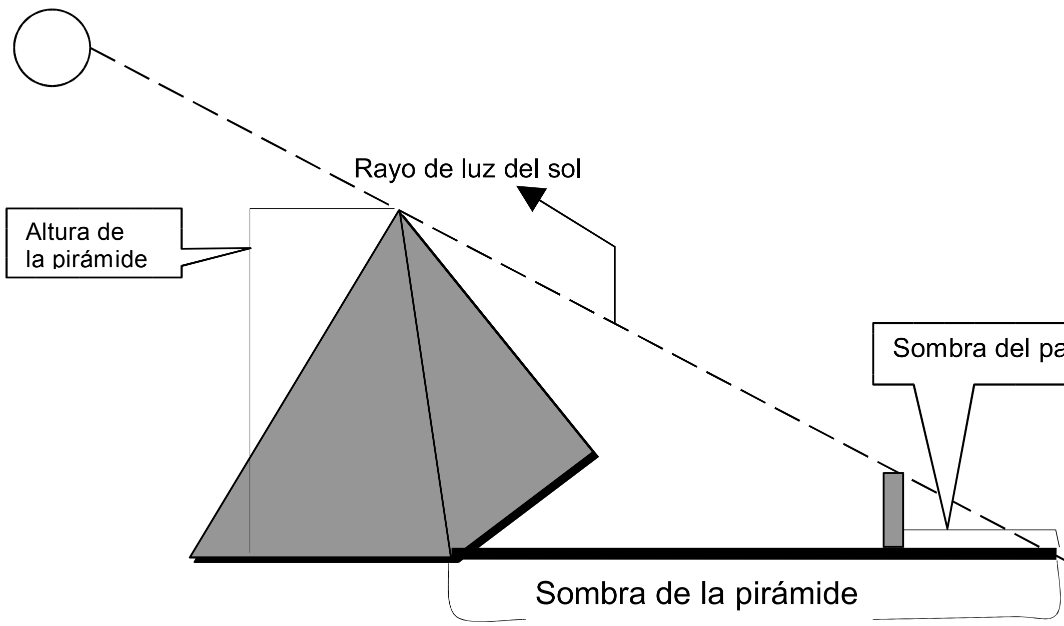
____

____

____

2. Thales, siendo niño, midió la altura de una de las pirámides de Egipto, sin subirse a ella, usando solamente la luz del sol en el atardecer y un palo de escoba (o algo parecido) . ¿Podrías medir tú la altura de un árbol alto, como un pino, con el mismo método? Inténtalo. Comienza por describir la forma en la cual lo piensas hacer y después, manos a la obra a ver si se logra. Si no se puede, explica por qué. A continuación haz un esquema de tu proyecto.
Si por ahora no se te ocurre nada, entonces deja para realizarlo al final del taller.

3. Lo que Thales de Mileto intuyó y después comprobó es que siempre existe una proporción entre las alturas de dos cosas que se pongan a la misma hora en el camino del sol y las longitudes de sus respectivas sombras.



De modo que midió la altura del palo, la sombra de la pirámide y la sombra del palo a la misma hora del día y formó la proporción:

$$\frac{\textit{Sombra del palo}}{\textit{Altura del palo}} = \frac{\textit{Sombra de la pirámide}}{\textit{Altura de la pirámide} = x}$$

Reemplazó las medidas conocidas y luego encontró la altura de la pirámide.

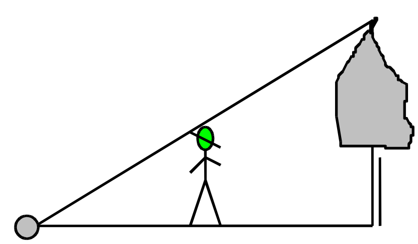
---

3. Si pones un palo de 1,20 m parado verticalmente frente al sol y mides su sombra que resulta de 3 m, luego mides la sombra de una estatua y resulta de 27 metros a la misma hora. Aplica el método de Thales y encuentra la altura de la estatua.

____

4. Aplica el método de Thales para hallar la altura del niño del dibujo si:

Altura del árbol: 4,5 metros
Distancia de la base del árbol al balón: 6,2 metros
Distancia de los pies del niño al balón: 2,1 metros



TALLER No. 7

Tema: **Problemas de proporciones** (Regla de tres) FECHA________________

Cuando cuatro números forman una proporción se cumple siempre que el producto de los extremos es igual al producto de los medios. Si estos dos productos son diferentes entonces NO existe proporción.
Esta es la **Ley del Producto en Cruz**

La Ley del Producto en Cruz de las proporciones nos permite encontrar un número que forme proporción con otros tres que conozcamos. (Esto generalmente se conoce con el nombre de **"Regla de tres"**, porque entran 3 números y se busca uno más.

Por ejemplo:

Un lote de terreno tiene la forma de un rectángulo de 50 metros de largo por 35 metros de ancho y queremos representarlo en un papel de modo que el largo mida 15 centímetros, ¿cuánto debe medir el ancho para que la figura dibujada en el papel sea proporcional al terreno?

Para resolver este tipo de problemas siempre es conveniente seguir un orden escribiendo los dos tipos de cantidades, uno debajo del otro, colocando una x en el lugar de la cantidad desconocida.

En este caso las cantidades son largo y ancho, por lo cual escribimos:

	largo	**ancho**
terreno	50 m.	35 m.
dibujo	15 cm.	x cm.

Aplicamos la propiedad del producto en curz y escribimos: **50·x = 15·35**

Para encontrar **x** hacemos la multiplicación de 15·35 y el resultado lo dividimos por 50. De este modo nos queda que:

$$x = \frac{15 \bullet 35}{50} = \frac{525}{50} = \underline{10,5}$$

Respuesta: el ancho del dibujo debe ser de 10,5 cm.

Resuelve como ya sabes los siguientes problemas de Proporciones o Regla de Tres
Puedes usar el reverso o hacerlos en tu cuaderno. Es muy importante que los hagas en orden y que no borres las operaciones. Así es más fácil descubrir si hubo errores.

1. En un sembrado hay 25.000 matas de tomate. Si de cada 50 se pierden 6, ¿cuántas matas en total se perderán?

2. Las estadísticas muestran que de cada 30 fumadores compulsivos 5 adquieren enfermedad pulmonar antes de los 50 años. Si en una ciudad hay 24.000 fumadores compulsivos, ¿Cuántos casos de enfermedad pulmonar se producirán?

3. Una señora vende 12 libras de hormigas por $105.000. Al día siguiente vende 18 libras y las vende conservando el mismo precio por libra. ¿Cuánto le pagan esta segunda vez?

4. Para levantar 10 pollos se necesita invertir $32.500. ¿Qué capital se debe tener para levantar 1.200 pollos?

5. Una persona de 1,72 metros de altura proyecta una sombra de 5 metros de largo a cierta hora de la tarde. A esa misma hora la sombra de una palmera es de 27,5 metros. ¿Cuál es la altura de la palmera?

6. El profesor califica proporcionalmente al número de puntos buenos que han obtenido los alumnos. Si Luis con 32 puntos buenos obtuvo 6 de calificación, ¿Cuánto obtuvo María que tenía 40 puntos buenos?

7. Juan paga $10.000 por 3,5 kilos de algodón. ¿Cuánto pagará por 9.2 kilos del mismo algodón.

8. Con 25 metros de tela se fabrican uniformes para 11 soldados. ¿Cuánta tela se necesita para los uniformes de 120 soldados?

9. En un recorrido de 342 kilómetros un carro gastó $12.000 en gasolina. ¿Cuánto gastará en 85 kilómetros?

10. El alimento de un mes para 10 terneros cuesta $50.000, ¿cuánto costará el alimento de 27 terneros durante el mismo mes?

11. Si la tarifa de un bus es proporcional a la distancia y para viajar a un pueblo A que está a 80 kilómetros cobra $7.500 ¿Cuánto cobrará por el viaje a otro pueblo B que está a 210 Kilómetros?

12. El subsidio de una empresa es proporcional al número de personas de la familia. Si una familia de 6 personas gana un subsidio de $8.000, ¿Cuál será el subsidio para una familia de 10 personas?

TALLER No. 8

Tema: **Reparticiones proporcionales** FECHA________________

Muchas veces es necesario repartir con proporción. Por ejemplo en el sigiente problema:

Luis, Toño y Pepe reúnen sus ahorros para comprar una boleta de una rifa de $100.000. La boleta cuesta $5.000 de los cuales Luis pone $1.000, Toño pone $2.500 y Pepe pone el resto. Resulta que su boleta fue la ganadora. ¿Cuánto le toca a cada uno?

Es necesario repartir los $100.000 en forma proporcional a los aportes de los socios.

Se pueden hacer tres proporciones así:

1.

aportes	dinero que reciben
$ 5.000	$100.000
$ 1.000	x

Entonces a Luis le toca: 1.000x100.000/5.000 = <u>$20.000</u>

2.

$ 5.000	$100.000
$ 2.500	x

Entonces a Toño le toca: 2.500x100.000/5.000 = <u>$50.000</u>

3.

$ 5.000	$100.000
$ 1.500	x

Entonces a Pepe le toca: 1.500x100.000/5.000 = <u>$30.000</u>

Podíamos haberlo hecho con el siguiente raciocinio:

Si 5.000 pesos se convirtieron en 100.000 pesos, entonces, cada peso se convirtió en 20 pesos. Luego multiplicamos los pesos que puso cada socio por los 20 en que se convirtió cada peso y obtenemos los mismos números que les tocaron en la repartición. Respectivamente: 1.000x20, 2.500x20, 1.500x20

Resuelve con el método de leer, pensar, plantear, resolver y comprobar, los siguientes problemas de repartición proporcional: Comprueba siempre que las respuestas cumplen la condición del problema. Usa tu cuaderno.

1. María, Jorge, Pedro y Teresa aportaron las siguientes cantidades de mangos: María puso 32; Jorge, 45; Pedro, 29; Teresa, 41. Los vendieron todos por $10.000. ¿Cuánto dinero le tocó a cada uno?

2. En una olimpíada de Matemáticas los tres mejores resolvieron bien respectivamente 23, 21, y 17 problemas. Entre los tres se ganaron el premio de $500.000 que deben repartirse en proporción al número de problemas bien resueltos. ¿Cuánto le tocará a cada uno?

3. Un profesor pone puntos buenos a los niños de acuerdo con su desempeño. Repartió 50 puntos buenos entre los 4 niños que obtuvieron mayor número de respuestas correctas en un examen. Si las respuestas correctas fueron rspectivamente 9,8,7 y 5, ¿Cuántos puntos buenos le correspondieron a cada uno de estos niños?

4. Un entrenador de fútbol repartió $600.000 entre los cinco jugadores que asistieron al mayor número de entrenamientos. Si las asistencias fueron de 12, 11, 9, 8 y 6 respectivamente. ¿Cuánto recibió cada uno de esos jugadores?

5. Para alimentar tres perros se reparte la comida en forma proporcional al peso de los animales. Si los pesos son: 45 kilos, 51 kilos y 23 kilos y se les proporcionaron 12.000 gramos de comida. ¿Cuánta comida le tocó a cada uno?

6. Una casa se dividió en tres apartamentos A, B, C y para el pago de la luz establecieron la regla de que se haría en forma proporcional al número de noches que estuviera la luz encendida en cada uno. Si las noches de luz encendida fueron respectivamente 25, 17 y 13 en el mes y el recibo llegó por $25.220. ¿Cuánto le correspondió a cada apartamento?

7. En una casa de inquilinato cobran el agua en forma proporcional al número de personas que viven en cada una de las habitaciones. Si viven cuatro familias de 5,3,6, y 4 personas respectivamente y el recibo en un mes fue por $53,922 ¿Cuánto debió pagar cada familia?

8. Las ganancias de una sociedad limitada en un año fueron de $21’345.897, Los cuatro socios tienen respectivamente 2,4,3 y 5 acciones. ¿Qué suma recibió cada uno por concepto de utilidades de la sociedad en ese año?

9. Inventa un problema de repartición proporcional y resuélvelo.

TALLER No.9

Tema: **Porcentajes** FECHA________________

El témino porcentaje se usa mucho en todas las actividades humanas. Vamos a ver algunos ejemplos para darnos cuenta de que este término expresa siempre una razón y se puede encontrar utilizando proporciones.

Estudia detenidamente y haz en tu cuaderno los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1. Si de cada 100 tornillos de una fábrica salen 7 defectuosos, decimos que hay **un 7 por ciento** de tornillos defectuosos o que el porcentaje de tornillos defectuosos de esa fábrica es 7. Si queremos saber cuántos tornillos defectuosos saldrán en una caja de 800 tornillos, hacemos una proporción:

total tornillos	defectuosos
100	7
800	x

Resolviendo como en los problemas de proporciones tenemos:

$100 \cdot x = 800 \cdot 7$ En esta igualdad despejamos x:

$x = (800 \cdot 7)/100$ esto es $x = 56$ tornillos defectuosos en la caja

Ejemplo 2. Si en un sembrado de 2.000 plantas se mueren 89, queremos saber qué porcentaje de plantas se mueren.

Hacemos de nuevo la proporción:

total plantas	plantas que se mueren
2.000	89
100	x

Escribimos los productos iguales: $2.000 \cdot x = 100 \cdot 89$

Resolvemos: $x = (100 \cdot 89)/2.000$ y esto nos da $x = 4,45$

Entonces decimos que el 4,45% (% se lee “por ciento”) de esas plantas se mueren.

Ejemplo 3. Se sabe que el 1,2% de una población de focas es de color claro. Si en un grupo de esos animales hay 18 focas de color claro. ¿Cuántos animales hay en total en ese grupo?

Hacemos la proporción:

focas de color claro	total de focas
1,2	100
18	x

Productos iguales: $1{,}2 \cdot x = 18 \cdot 100$
Despejamos x: $x = (18 \cdot 100)/1{,}2$ esto es $x = 1.500$
Entonces: Hay un total de 1.500 focas en esa población

Problemas de porcentajes, para resolver en tu cuaderno.

1. 7 de cada 30 alumnos de un colegio son indisciplinados. ¿Qué porcentaje de alumnos de ese colegio son indisciplinados?

2. Solamente el 1,4% de los jóvenes colombianos logran terminar el bachillerato antes de los 21 años. Si la población de jóvenes entre 17 y 20 años se estima en 21'500.000. ¿Cuántos de ellos se espera que terminen el bachillerato?

3. De 41.300 aspirantes a carreras de medicina ingresaron solamente 3.750. ¿Cuál es el porcentaje de ingreso de los que aspiren a estudiar esta carrera?

4. El 2.7% de los bachilleres logra puntaje de Inglés con calificación superior a C. En una población de 3.600 cuántos se espera que tengan más de esta calificación?

5. El crecimiento de una población es de 2,13% anual. Si en el año 1.996 la población tenía 3'000.000 de personas. ¿Cuál será el número estimado de miembros de la población en el año 2.000?

6. Un comerciante compró 30 vestidos a \$20.000 cada uno, pagó bodega por \$35.000 y luego los vendió a \$28.500 cada uno. ¿Qué porcentaje del precio de venta le quedó como ganancia?

7. El metro cuadrado de machimbre cuesta \$6.000. Si solamente cubre el 90% de la superficie, debido al encaje entre las partes, y se considera que el desperdicio es del 5%, ¿cuánto machimbre habrá que comprar para cubrir una superficie de 120 metros cuadrados? ¿Cuánto costará?

TALLER No.10
Tema: **Raíz cuadrada de un número natural.**
FECHA________________

La raíz cuadrada de 25 es 5 porque **cinco al cuadrado** que es **igual a 5x5** y se escribe $\mathbf{5^2}$ es **25**. Esto significa que para buscar la raíz cuadrada de 25 se debe pensar cuál es el número que elevado al cuadrado da 25.

Se escribe así: $\sqrt{25}=5$. El signo $\sqrt{\ }$ se llama **radical**

Ejercicios:

Completar:

1. $\sqrt{4} =$ ________; $\sqrt{36} =$ ________; $\sqrt{49} =$ ________;

2. $8 \times 8 = 64$ entonces $\sqrt{\quad} =$ _____;

3. $3 \times 3 =$ ___ entonces $\sqrt{\quad} =$ _____;

4. $(312)^2 =$ ________ entonces $\sqrt{\quad} =$ _____;

5. Repite los ejercicios 2 y 3 para todos los números de 1 a 20 (en el reverso de esta hoja) y completa a continuación la lista ordenada de los 20 primeros ***cuadrados perfectos:*** (Son los que resultan de multiplicar cada uno de los enteros por sí mismo)

1,4,9,16,____

____

Si queremos saber cuál es la raíz de un número que no sea cuadrado perfecto, podemos empezar por saber entre cuál par de enteros consecutivos se encuentra.

Por ejemplo $\sqrt{31}$ es un número que **está entre 5 y 6** porque 31 se encuentra entre los cuadrados de estos dos números que son respectivamente 25 y 36. Entonces podemos escribir: $\mathbf{5 < \sqrt{31} < 6}$.

Otro ejemplo: Queremos saber entre qué par de enteros consecutivos se encuetra $\sqrt{182}$. Como 182 es mayor que 100, buscamos los cuadrados de 11 que es 121, de 12 que es 144, de 13 que es 169 y de 14 que es 196; entre estos últimos está el número 182. Por tanto la raíz buscada está entre 13 y 14: $\mathbf{13 < \sqrt{182} < 14}$

6. A partir de los cuadrados de la lista del ejercicio 5, escribe la desigualdad que corresponde a la raíz cuadrada de cada uno de los siguientes números:

Para cada uno de los números de la lista que sigue, debes encontrar los dos enteros consecutivos tales que la raíz del número esté entre esos dos enteros. (Como en los ejemplos de las raíces de 31 y 182).

Es posible que varias de las raíces se encuentren entre el mismo par de números enteros consecutivos.

2, 3, 7, 10, 12, 17, 40, 45, 52, 61, 71, 85, 115, 132, 223, 312, 385, 393.

TALLER No.11

Tema: **El conjunto de los números enteros.** FECHA________________

1. Lee con atención el siguiente párrafo con el que el Profe comenzó su charla y los comentarios de sus ayudantes.

El Profe lee: TEMA. Con los números naturales el hombre hace la mayor parte de las operaciones que la vida le presenta. Un dueño de una tienda, un agricultor, un ganadero, incluso un abogado o un odontólogo pocas veces necesitan hacer alguna operación con números diferentes de los naturales. Entre otras cosas porque ya no existen centavos ni otras fracciones del peso. Sin embargo la inteligencia del hombre no se conforma con la satisfacción de las necesidades naturales y quiere perfeccionar lo que hace. Así que el problema de que la resta de dos naturales no siempre se puede hacer porque a veces no da un natural lo molestó tanto que resolvió inventar otros números para que esto dejara de pasar. Estos nuevos números ya no son “naturales”, son un poco “sofisticados o artificiales” porque fueron inventados para resolver un problema que no era muy importante para hacer cuentas ordinarias.

el profe comenta: “ ahí van los NÚMEROS ENTEROS !!”

sus ayudantes preguntaron: “ ¿cómo se forman? “

El profe dice: “Restando naturales”.

El ayudante A : ¿Qué hago con la respuesta de 5-3 que es 2?

El profe: Pues ese es el ENTERO 2 !

El ayudante B: Qué bobada! es igualito al 2 que ya conocíamos

El ayudante A: ¿Ahora qué hago con la resta 3-3? No tengo resultado para eso porque no queda nada.

El profe: Ese es el ENTERO “CERO”. Se escribirá de ahora en adelante **0**: 3-3=0

El ayudante B: Esto si es nuevo. Dizque **nada** es un número!

El ayudante A: ¿y si resto 2-6 ?

El profe: Entonces ese es el ENTERO “**- 4**” que se lee: <u>menos cuatro.</u> 2-6 = - 4

El ayudante B: Esos inventos... Este profe cada día más chiflado! ¿Para qué va a servir un número con ese nombre?

El ayudante A: Entonces: si se resta de uno mayor otro menor, queda un número común, igual que un Natural.

El Profe: Sí. Esos son los ENTEROS POSITIVOS

El ayudante A: Si se resta un número de otro igual, el resultado es el número “CERO”

El profe: sí el ENTERO CERO es un número muy pero muy importante.

El ayudante B: Y esos que resultan cuando se resta uno mayor de otro menor, ¿cómo se llaman?

El Profe: ¡Buena Pregunta! Esos se llaman ENTEROS NEGATIVOS. Se conocen porque llevan un signo menos antes del número.

Luego el profe entró en materia y dijo, y también escribió en el tablero lo que necesitaba que todos vieran:

El Profe: Recordemos cuáles son los números Naturales:

Los números que sirven para contar objetos forman el conjunto de los Naturales. Se llaman así porque el hombre los inventó para resolver una necesidad de su vida ordinaria como por ejemplo sus ovejas para un pastor. Así que este conjunto es: **N** = {1,2,3,4,.........}, sin el cero porque a nadie se le había ocurrido contar cero ovejas en un potrero sin ovejas.

N es un conjunto infinito porque siempre que llegamos a un número natural, aunque sea muy grande, podemos encontrar el siguiente.

Si sumamos dos números naturales siempre, siempre, el resultado es otro número natural.

Con lo de la resta que ya expliqué aparece el conjunto de los enteros que vamos a escribir a continuación:

Los podríamos nombrar con la letra E, pero resulta que los matemáticos caprichosos han resuelto que el conjunto de los números enteros se nombre “**Z**”, y lo mejor es acomodarnos para no andar contra corriente.

En cuanto al orden, ya sabemos cómo va en los **positivos**, porque es lo mismo que en los naturales: 1,2,3,4,... etc.

El **Cero** va antes del 1 porque resulta de quitarle 1 al 1 y por tanto es menor: **0<1**

Con los **negativos** tenemos que pensar un poco:

<u>Primero</u>: Si le quitamos 2 a 1, tenemos la resta 1-2 y , de acuerdo a lo aprendido, la respuesta es **-1** que tiene que ser menor que el cero porque resultó de quitarle un número más grande al 1. Entonces: **-1<0**

<u>Segundo</u>: Si le quitamos 3 a 1, tenemos la resta 1-3 = -2. Como este resulta de quitar un número más grande al mismo 1, tiene que ser más pequeño que el anterior. **-2 < -1**

Ahora podemos seguir pensando así y nos resulta completamente ordenado el conjunto de los Números Enteros:

Z = {... -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}

De modo que siempre que escogemos dos números enteros, los ubicamos en el conjunto así como está ordenado, y podemos asegurar que el menor es el que esté más hacia la izquierda: por ejemplo: 5<12, -4<0, 0<7, -1<3, -11< -8 .

Los siguientes enteros se encuentran ordenados de menor a mayor:

-78, -65, -43, -27, -5, -3, -1, 0, 2, 4, 7, 12, 26, 35, 58, 99

Por esto decimos que **el conjunto de los ENTEROS es un conjunto ordenado.**

-Así terminó la charla del Profe y sus ayudantes. -

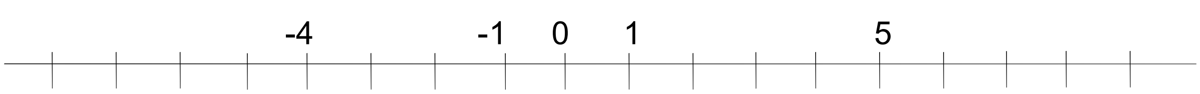
1. Ensaya con dos compañeros para que representen teatralmente el diálogo del profe sobre los números enteros y quienes lo hagan mejor lo presenten a los padres de familia.

2. Ordena los siguientes enteros de mayor a menor:

a) 45, -12, -3, 0, 17, 53, -43, 1, -8

b) -135, 678, -456, -36, 123, 73, -3, 2

3. En la siguiente recta se pueden representar los enteros y su orden. Escribe los números que corresponden en todos los puntos que están marcados.



TALLER No.12

Tema: **Suma y resta de números enteros.** FECHA________________

Reglas del juego para hacer operaciones con enteros:

I. Para **“sumar”** dos enteros se procede así:

Se miran los signos: si son iguales entonces los números se suman como si fueran naturales y el resultado queda con el mismo signo de los sumandos. Ejemplo: 3+4=7, (-5)+(-8)=-13

Si los signos son diferentes, entonces los números (sin considerar el signo) se restan y el resultado queda con el signo del más grande o es cero. *El Cero no es ni positivo ni negativo*. Ejemplos: 7+(-4)=3; (-19)+12=-7; 8+(-8)=0

Un entero sin signo al comienzo de una operación siempre es positivo.

Para sumar un negativo se acostumbra escribirlo a continuación del otro número sin necesidad de paréntesis: Ejemplos: 7+(-4)=7-4=3; -11-6=-17; -25+19=-6; .. etc.

Aparece una propiedad de los Enteros que los Naturales no tienen:

Si tenemos un entero cualquiera diferente de Cero, siempre hay otro entero que sumado con él da como resultado 0. Este segundo entero se llama “el opuesto” del primero y el primero es “el opuesto” del segundo.

1. Encuentra el resultado de las siguientes sumas de enteros:

12-85=_____; -62+75=_____; -65-48=______; -98+36=_____; 78+67=_____;

-45+45=______; 1045-9870=______; -579+1230=______; -783-54=______;

2. Escribe el opuesto de cada uno de los siguientes enteros:

6 ____; 78 _____; -12 _____; 76 _____; -49 _____; -3 _____; 0 _____;

II: Para **sumar más de dos enteros** se puede ir sumando en orden o sumar por un lado los positivos y por otro los negativos y después hacer la suma de estos resultados siguiendo la regla.

3. Efectuar las siguientes sumas y comprobarlas sumando en otro orden:

45-24-37+87-23+35=____

-102+457+54-23-67+23=____

78-98-23+67+1-34-2+5=____

III. Para **restar** un entero se suma “el opuesto”.

Por ejemplo:

Restar 3 es lo mismo que sumar -3; -2-(3)=-2+(-3)=-2-3

Restar -85 es lo mismo que sumar 85. -16-(-85)=-16+85

4. Realizar las siguientes restas:

894-(-216)=_______; -37-(40)=_____; 65-(-78)=_____; -4-(-3)=

17-(-34)=_____; 2-(-2)=_____; -31-(31)=_____; -3-(-4)=____

IV. Para **restar una suma de enteros** que aparece dentro de un paréntesis, se puede sumar primero los enteros del paréntesis y luego hacer la resta, ó cambiar todos los enteros del paréntesis por sus opuestos y hacer la suma. Por ejemplo:

75-(12+4-34-5+23-56+71-47) = 75-(-32) = 75+32=107 ó también:

75-(12+4-34-5+23-56+71-47) = 75-12-4+34+5-23+56-71+47=107

5. Efectuar las siguientes operaciones usando alternadamente los dos métodos indicados en el párrafo anterior.

-34-(-6+4-8)=____

89-56+28-(3-24-8+56)=____

-2-(-5-7+9)-3-(-5+6)=____

TALLER No.13

Tema: **Multiplicar y dividir números enteros.** FECHA________________

Reglas del juego.

I. Para **Multiplicar** dos enteros se procede así:

- Si uno o más de los factores ***es 0***, el resultado ***es 0***.
- Si ambos son diferentes de cero, se multiplican como si fueran naturales y se miran los signos para aplicar las siguientes reglas:

a) Si son ***ambos positivos*** o ***ambos negativos***, el resultado es ***positivo***. Por ejemplo: $4\times5=20$; $(-5)\times(-7)=35$

b) Si ***uno es positivo y otro negativo***, el resultado es ***negativo***.
Por ejemplo: $4\times(-3)=-12$; $(-9)\times7=-63$;

1. Efectuar las siguientes multiplicaciones:

12x(-4)=_____; (-45)x(-9)=_____; (-56)x34=_____; 98x0=____;

45x78=______; (-5)x0=______; 123x(-56)=______; 0x0=____;

II: Si se van a multiplicar más de dos factores y ninguno es 0, entonces se cuentan los signos negativos:

- Si ***todos son positivos o el número de factores negativos es par***, se multiplican sin tener en cuenta el signo y el resultado es ***positivo.***
- Si el ***número de factores negativos es impar***, se multiplican sin tener en cuenta el signo y el resultado es ***negativo***.

2. Realizar las siguientes operaciones:

8x91x(-4)x(-1)=_____________; (-12)x3x(-5)x2x(-1)=___________;

(-3)x(-6)x21x0x(-24)=__________; (-1)x(-4)x8x(-23)x(-2)=________________

(12-51)x(-23+42) = _______________; (-345)x(-23+210-654) = _____________

(-235)x(-12+41) = ______________; (-10)x10x(-3+5)x(-2) = _________________

III: Para **Dividir** un entero por otro se procede así:

- Si el Divisor es 0, la División es **IMPOSIBLE**
- Si el Dividendo es 0 y el **Divisor diferente de 0**, entonces:
  el cociente es 0 y el residuo es 0.
- Si ambos son diferentes de 0, **es necesario que el Divisor sea Positivo**.
- Si el Divisor es negativo se cambian ambos signos, (el del Dividendo y el del Divisor) antes de hacer la división.
- Se dividen como si fueran naturales y se tienen los siguientes cuidados con los signos:

  1.Si ambos son positivos, entonces el cociente y el residuo también son positivos ó uno de ellos puede ser cero.

  2.Si el Dividendo es negativo y el Divisor es positivo, entonces el cociente y el residuo son negativos, ó uno de ellos puede ser cero.

3. Efectuar las siguientes divisiones, indicando en cada caso cuál es el cociente (q) y cuál el residuo (r):

35÷6: q=_____ r=_____; 0÷-9: q=____r=____; -9÷4: _____________

-2654÷75: ______________; -365÷48:___________; -15÷-2:___________

-672÷12: _____________; 89÷120: ___________; -1÷-23:__________

45÷0: ___________; -1÷6: ______________; 0÷16: ____________;

(-4×5)÷(7+3-1-8): ____

(6+5-2×4-8)÷(3-7-2+5)____

(3×(-5))÷(-4×-6)____

(-1-4+3×3)÷(7-(-3-5+9))____

(15-21-4+7)÷(-9-(1-4+2-3))____

(1-3+5-3)÷(-6-8)____

(4+9-6)÷(-3+7-4)____

(2×(-4)+13) ÷(11-6-4)____